UNIVERSITE MICHEL DE MONTAIGNE BORDEAUX 3

Centre de : **BORDEAUX**

D.A.E.U : MATHEMATIQUES

FORMULAIRE

1) IDENTITES REMARQUABLES :

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

2) EQUATION DU SECOND DEGRE :

$$(E): ax^2 + bx + c = 0 \qquad (a \neq 0)$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Si $\Delta > 0$ alors (E) admet deux solutions

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$$

si $\Delta = 0$ alors (E) admet une solution

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

Si $\Delta < 0$ alors (E) n'admet pas de solution

Factorisation : Si $\Delta \geq 0$ alors on a :

$$ax^2 + bx + c = a(x-x_1)(x-x_2)$$

3) LOGARITHME :PROPRIETES.

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b$$

$$\ln(a)^n = n \ln a$$

$$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$$

$$\ln 1 = 0 \qquad \ln e = 1$$

4) STATISTIQUES :

Moyenne : $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum x_i$

Variance : $V_x = \frac{1}{n}\sum x_i^{\,2} - (\bar{x})^2$

Ecart type: $\sigma_x = \sqrt{V_x}$

Covariance : $\sigma_{x,y} = \frac{1}{n}\sum x_i y_i - \bar{x}\bar{y}$

Coefficient de corrélation : $r = \frac{\sigma_{x,y}}{\sigma_x \sigma_y}$

Droite de régression : $y = ax + b$

Avec $a = \frac{\sigma_{x,y}}{V_x}$ et $b = \bar{y} - a\bar{x}$

5) FONCTIONS DERIVEES :

$f(x)$	$f'(x)$
C (constante)	0
x	1
x^2	$2x$
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x}$	$\frac{-1}{x^2}$
$[U(x)]^n$	$n[U(x)]^{n-1}U'(x)$
$U(x) \times V(x)$	$U'(x)V(x) + U(x)V'(x)$
$\frac{U(x)}{V(x)}$	$\frac{U'(x)V(x) - U(x)V'(x)}{[V(x)]^2}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\ln[U(x)]$	$\frac{U'(x)}{U(x)}$
e^x	e^x
$e^{U(x)}$	$U'(x)e^{U(x)}$

UNIVERSITE MICHEL DE MONTAIGNE BORDEAUX 3

Centre de : **BORDEAUX** Session : **SEPTEMBRE 2003**

D.A.E.U : MATHEMATIQUES – Durée 4 heures

***Les sorties sont autorisées après une heure de composition**
*Les calculatrices sont autorisées

EXERCICE 1 :

1) Résolvez le système (S1) : $\begin{cases} 3u - 5v = 3 \\ u + 2v = \dfrac{27}{5} \end{cases}$

2) On suppose x >0 et y >0.En utilisant les propriétés algébriques du ln et la question 1),

résolvez le système (S2) : $\begin{cases} \ln xy^2 = \dfrac{27}{5} \\ \ln \dfrac{x^3}{y^5} = 3 \end{cases}$

3) En utilisant la question 1), résolvez le système (S3) : $\begin{cases} 6e^x - 10e^y = 6 \\ 5e^x + 10e^y = 27 \end{cases}$

EXERCICE 2 :

Un garagiste doit acheter au minimum 70 clés plates et 40 tournevis. Deux grossistes proposent :

- l'un , le lot A de 10 clés plates et 10 tournevis pour 100 Euros.
- L'autre , le lot B de 20 clés plates et 10 tournevis pour 125 Euros.

On se propose de déterminer le nombre x de lots A et le nombre y de lots B que le garagiste doit acheter pour que sa dépense soit minimale.

1) Ecrivez en le justifiant brièvement le système d'inéquations traduisant les contraintes.

2) Déterminez graphiquement l'ensemble des points M du plan dont les coordonnées x et y vérifient

le système $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 2y \geq 7 \\ x + y \geq 4 \end{cases}$ (Hachurez la partie du plan qui ne convient pas)

3) En utilisant le graphique , déterminez si ces trois possibilités conviennent ou non pour couvrir les besoins du garagiste.
   a) deux lot A et deux lots B.
   b) trois lots A et deux lots B.
   c) six lots A et un lot B.

4) a) Exprimez en fonction de x et de y , la dépense C occasionnée par l'achat de x lots A et y lots B.

   b) Les couples (x,y) occasionnant une même dépense C sont représentés par des points appartenant à une droite (Δ_c). Tracez cette droite pour C=125.

   c) Déterminez graphiquement un point par lequel doit passer la droite (Δ_c) pour que la dépense C soit minimale. Déduisez-en le nombre de lots A et le nombre de lots B correspondants. Quelle est alors cette dépense minimale ?

PROBLEME :Le but de ce problème est de faire l'étude de la fonction f sur l'intervalle I.

$f : x \mapsto \frac{13x+6}{2x^2} + \frac{x}{2}$ $\qquad I = [-10;0[$

On désigne par © la courbe représentative de f.

PARTIE A :Etude d'une fonction auxiliaire sur l'intervalle I.

Soit la fonction

$$g : x \mapsto x^3 - 13x - 12$$

1) Calculez g(-1/2) et g(-1).
2) Expliquez pourquoi g(x) est factorisable par x+1.
3) Effectuez la division euclidienne de g(x) par x+1.
4) Factorisez g(x) sous la forme d'un produit de 3 facteurs.
5) Résolvez sur I, l'inéquation : $g(x) \leq 0$.

PARTIE B : Etude de la fonction f sur l'intervalle I.

1) Déterminez f '(x) et montrez que :

$$f'(x) = \frac{g(x)}{2x^3}$$

2) A l'aide du 5) de la partie A et de l'étude du signe de $2x^3$ étudiez le signe de f '(x) sur I.

3) En déduire le sens des variations de f sur I, et dressez le tableau des variations.

4) On considère la droite (D) d'équation $y = \frac{x}{2}$.

a) Etudiez le signe de $f(x) - \frac{x}{2}$ sur I.

b) Interprétez graphiquement ce résultat.

5) a) Complétez le tableau (Résultats au dixième):

x	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	-0.5	-0.4
$f(x)$												
$f(x) - \frac{x}{2}$												

b) Interprétez graphiquement la dernière ligne du tableau.

6) Tracez dans un même repère © et (D). (Echelles : 2 cm pour 1 unité sur chaque axe)

BAREME : Exercice 1 : 5 points

Exercice 2 : 5 points

Problème : 10 points