UNIVERSITE MICHEL DE MONTAIGNE BORDEAUX 3

Centre de : **BORDEAUX** Session : **SEPTEMBRE 2005**

D.A.E.U : MATHEMATIQUES – Durée 4 heures

***Les sorties sont autorisées après une heure de composition**
*Les calculatrices sont autorisées

EXERCICE 1 :

Soit la fonction f définie sur l'intervalle $I = \left]1;\frac{29}{5}\right[$ par $f(x) = 2\ln(x-1) - \ln(-5x+29)$

1) Montrez que x doit appartenir à l'intervalle I pour que cette fonction ait un sens.

2) Calculez la dérivée f '(x) et étudiez son signe sur l'intervalle I puis dressez le tableau des variations de la fonction f sur I.

3) a) Résolvez dans l'ensemble des réels l'équation $x^2 + 3x - 28 = 0$.

b) En utilisant les propriétés algébriques de la fonction ln et la question a) résolvez dans I, l'équation $2\ln(x-1) - \ln(-5x+29) = 0$

c) Utilisez ce dernier résultat pour déterminer les coordonnées du point d'intersection de la courbe © représentative de f avec l'axe des abscisses.

EXERCICE 2 :

Un médecin a relevé pour 12 patients l'age x et la tension artérielle artérielle y.

Age x	56	41	72	32	65	47	59	53	49	38	36	62
Tension y	14.5	13	17.2	11.5	15.9	12.8	15	14.5	13.5	12.5	11.8	16

Tous les résultats seront arrondis à 10^{-3} près.

1) Représentez cette série par un nuage de points.

(Origine du repère O(30 ;0) . Echelles :1 cm pour deux ans en abscisses et 1 cm pour 1 unité de tension en ordonnées.

2) Déterminez les coordonnées du point moyen G.

3) Déterminez le coefficient de corrélation linéaire de cette série et concluez.

4) Déterminez une équation de la droite de régression de y en x.

5) Une tension supérieure à 16 peut nécessiter un traitement. Au vu de ce qui précède à partir de quel age est-il sage de s'en préoccuper ?

PROBLEME On considère la fonction f définie sur l'intervalle $I = [-2.5; 2.5]$ par :

$f(x) = 2x^3 + 2x^2 - 10x - 10$

On désigne par © la courbe représentative de f et par (D) la droite d'équation $y = -10$.

1) Factorisation de $f(x)$.
   a) Déterminez une racine de $f(x)$.
   b) En effectuant une division euclidienne factorisez $f(x)$ sous la forme de produit de deux facteurs.
   c) Effectuez une factorisation complète de $f(x)$.
2) Etude du signe de $f(x)$.
   a) Résolvez sur I l'inéquation $f(x) < 0$.
   b) Interprétez graphiquement ce dernier résultat.

3) Etude des variations de la fonction f.
   a) Calculez la dérivée f' de la fonction f.
   b) Montrez que $f'(x)$ peut s'écrire : $f'(x) = (3x+5)(2x-2)$.
   c) Etudiez le signe de $f'(x)$ sur I.
   d) Calculez les valeurs exactes de $f(-\frac{5}{3})$ et de $f(1)$.
   e) Dressez le tableau des variations de la fonction f.

4) Déterminez une équation de la tangente (T) à © au point d'abscisse -1
5) Déterminez les coordonnées des points d'intersection de la courbe © et de la droite (D). (on donnera les valeurs exactes des abscisses de ces points)

6) Complétez le tableau de valeurs suivant :

x	-2.5	$-\sqrt{5}$	-2	$-\frac{5}{3}$	-1	-0.5	0	0.5	1	2	$\sqrt{5}$	2.5
$f(x)$												

7) Tracez ©, (T) et (D). (Unités graphiques : en abscisses 4 cm par unité ; en ordonnées 1 cm par unité)

Barème : Exercice 1 : 5 points Exercice 2 : 5 points Problème : 10 points

FORMULAIRE

1) IDENTITES REMARQUABLES :

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

2) EQUATION DU SECOND DEGRE :

$$(E): ax^2 + bx + c = 0 \qquad (a \neq 0)$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Si $\Delta > 0$ alors (E) admet deux solutions

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$$

Si $\Delta = 0$ alors (E) admet une solution

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

Si $\Delta < 0$ alors (E) n'admet pas de solution

Factorisation : Si $\Delta \geq 0$ alors on a :

$$ax^2 + bx + c = a(x-x_1)(x-x_2)$$

3) LOGARITHME :PROPRIETES.

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b$$

$$\ln(a^n) = n \ln a$$

$$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$$

$\ln 1 = 0 \quad \ln e = 1$

4) STATISTIQUES :

Moyenne : $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum x_i$

Variance : $V_x = \frac{1}{n}\sum x_i^2 - (\bar{x})^2$

Ecart type: $\sigma_x = \sqrt{V_x}$

Covariance : $\sigma_{x,y} = \frac{1}{n}\sum x_i y_i - \overline{xy}$

Coefficient de corrélation : $r = \frac{\sigma_{x,y}}{\sigma_x \sigma_y}$

Droite de régression : $y = ax + b$

Avec $a = \frac{\sigma_{x,y}}{V_x}$ et $b = \bar{y} - a\bar{x}$

5) FONCTIONS DERIVEES :

$f(x)$	$f'(x)$
C (constante)	0
x	1
x^2	$2x$
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x}$	$\frac{-1}{x^2}$
$[U(x)]^n$	$n[U(x)]^{n-1}U'(x)$
$\frac{1}{U(x)}$	$-\frac{U'(x)}{[U(x)]^2}$
$U(x)\times V(x)$	$U'(x)V(x)+U(x)V'(x)$
$\frac{U(x)}{V(x)}$	$\frac{U'(x)V(x)-U(x)V'(x)}{[V(x)]^2}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\ln[U(x)]$	$\frac{U'(x)}{U(x)}$
e^x	e^x
$e^{U(x)}$	$U'(x)e^{U(x)}$