UNIVERSITE MICHEL DE MONTAIGNE BORDEAUX 3

Centre de : **BORDEAUX** Session : **Septembre 2004**

D.A.E.U : MATHEMATIQUES – Durée 4 heures

***Les sorties sont autorisées après une heure de composition**
*Les calculatrices sont autorisées

EXERCICE 1 :

1) Résolvez le système (S1) : $\begin{cases} 2u - 8v = -5 \\ 3u + 6v = 6 \end{cases}$

2) On suppose x >0 et y >0.En utilisant les propriétés algébriques du ln et la question 1),

résolvez le système (S2) : $\begin{cases} \ln \dfrac{x^2}{y^8} = -5 \\ \ln x^3 y^6 = 6 \end{cases}$

3) En utilisant la question 1), résolvez le système (S3) : $\begin{cases} -4e^x + 16e^y = 10 \\ e^x + 2e^y = 2 \end{cases}$

EXERCICE 2 :

Une entreprise souhaite mesurer l'impact de ses dépenses publicitaires sur son chiffre d'affaires. Elle dispose des renseignements suivants, observés sur les dix dernières années (en milliers d'euros)

Frais de publicité x	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19
Chiffre d'affaires y	36	59	83	102	122	149	168	192	213	235

<u>Tous les résultats seront arrondis à 10^{-3} près.</u>

1) Représentez cette série par un nuage de points.

Echelles : 1 cm pour un millier d'euros en abscisses et 1 cm pour dix milliers d'euros en ordonnées.

2) Déterminez les coordonnées du point moyen G.

3) Déterminez le coefficient de corrélation linéaire de cette série et concluez.

4) Déterminez une équation de la droite de régression de y en x.

5) On envisage un budget publicitaire de 18000 euros. Estimez le chiffre d'affaires correspondant

PROBLEME :Le but de ce problème est de faire l'étude de la fonction f sur l'intervalle I.

$$f : x \mapsto \frac{x^3 - 2x^2 + 7x + 3}{x^2} \qquad I = [-10;0[$$

On désigne par © la courbe représentative de f.

PARTIE A :Etude d'une fonction auxiliaire sur l'intervalle I.

Soit la fonction

$$g : x \mapsto x^3 - 7x - 6$$

1) Calculez $g(\sqrt{2})$ et $g(-1)$.

2) Indiquez par quel polynôme du premier degré, g(x) peut être factorisée. Justifiez la réponse.

3) A l'aide d'une division euclidienne , factorisez g(x) sous la forme d'un produit de deux facteurs.

4) Développez l'expression $(x-3)(x+2)$.

5) Factorisez g(x) sous la forme d'un produit de trois facteurs du premier degré.

6) Résolvez dans I l'inéquation $g(x) \geq 0$.

PARTIE B : Etude de la fonction f sur l'intervalle I.

1) Déterminez f '(x) et montrez que :

$$f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$$

2) Indiquez le signe de x^3 sur I.

3) A l'aide d'un tableau de signes, déterminez le signe de $f'(x)$ sur I.

4) Donnez les variations de f sur I.

5) On considère la droite (D) d'équation y=x-2.

a) Etudiez le signe de f(x)-(x-2) sur I.

b) Interprétez graphiquement ce résultat.

6) a) Complétez le tableau :

x	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	-0.5
f(x)											
f(x)-(x-2)											

b) Interprétez graphiquement la dernière ligne du tableau.

7) Tracez dans un même repère © et (D). (Echelles : 1 cm pour 1 unité sur chaque axe)

BAREME : Exercice 1 : 5 points

Exercice 2 : 5 points

Problème : 10 points

UNIVERSITE MICHEL DE MONTAIGNE BORDEAUX 3

Centre de : **BORDEAUX**

D.A.E.U : MATHEMATIQUES

FORMULAIRE

1) IDENTITES REMARQUABLES :

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

2) EQUATION DU SECOND DEGRE :

$$(E) : ax^2 + bx + c = 0 \qquad (a \neq 0)$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Si $\Delta > 0$ alors (E) admet deux solutions

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$$

Si $\Delta = 0$ alors (E) admet une solution

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

Si $\Delta < 0$ alors (E) n'admet pas de solution

Factorisation : Si $\Delta \geq 0$ alors on a :

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

3) LOGARITHME :PROPRIETES.

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b$$

$$\ln(a^n) = n \ln a$$

$$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$$

$$\ln 1 = 0 \qquad \ln e = 1$$

4) STATISTIQUES :

Moyenne : $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum x_i$

Variance : $V_x = \frac{1}{n}\sum x_i^2 - (\bar{x})^2$

Ecart type: $\sigma_x = \sqrt{V_x}$

Covariance : $\sigma_{x,y} = \frac{1}{n}\sum x_i y_i - \overline{x}\,\overline{y}$

Coefficient de corrélation : $r = \frac{\sigma_{x,y}}{\sigma_x \sigma_y}$

Droite de régression : $y = ax + b$

Avec $a = \frac{\sigma_{x,y}}{V_x}$ et $b = \bar{y} - a\bar{x}$

5) FONCTIONS DERIVEES :

$f(x)$	$f'(x)$
C (constante)	0
x	1
x^2	$2x$
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x}$	$\frac{-1}{x^2}$
$[U(x)]^n$	$n[U(x)]^{n-1}U'(x)$
$U(x) \times V(x)$	$U'(x)V(x) + U(x)V'(x)$
$\frac{U(x)}{V(x)}$	$\frac{U'(x)V(x) - U(x)V'(x)}{[V(x)]^2}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\ln[U(x)]$	$\frac{U'(x)}{U(x)}$
e^x	e^x
$e^{U(x)}$	$U'(x)e^{U(x)}$