UNIVERSITE MICHEL DE MONTAIGNE BORDEAUX 3

Centre de : **BORDEAUX** Session : **SEPTEMBRE 2002**

D.A.E.U : MATHEMATIQUES – Durée 4 heures

***Les sorties sont autorisées après une heure de composition**
*Les calculatrices sont autorisées

EXERCICE 1 :

1) Résoudre l'équation (e_1) : $X^2 - 2X - 3 = 0$.

2) Soit l'équation (e_2) : $e^x - 2 = 3e^{-x}$.
   a) Montrez que (e_2) s'écrit : $(e^x)^2 - 2e^x - 3 = 0$
   b) Résolvez l'équation (e_2). (On pourra poser $X = e^x$)

3) Soit l'équation (e_3) : $\ln(x+3) - \ln(x-1) = \ln x$.
   a) Déterminez pour quelles valeurs de x cette équation a un sens.

   b) A l'aide des propriétés algébriques de ln résolvez l'équation (e_3) .

EXERCICE 2 :

Un atelier de fabrication de palettes de manutention produit deux types de palettes comportant les éléments suivants : 0.05 m^3 de bois et 100 clous pour une palette de type A ; 0.03m^3 de bois et 150 clous pour une palette de type B.

L'atelier peut produire au maximum 1600 palettes par jour, et dispose quotidiennement d'un stock de 69 m3 de bois et de 210000 clous.

A la vente, les bénéfices sont : 30 F pour une palette de type A ; 20 F pour une palette de type B.

Dans la suite de l'exercice, on désignera par x le nombre de palettes de type A et par y le nombre de palettes de type B produites par jour.

1) Montrez que le système des contraintes concernant la production de palettes, la quantité de bois et le nombre de clous peut se traduire par le système d'inéquations suivant :

$$\begin{cases} x + y \leq 1600 (P_1) \\ 5x + 3y \leq 6900 (P_2) \\ 2x + 3y \leq 4200 (P_3) \\ x \geq 0 et y \geq 0 \end{cases}$$

2) a) Représentez graphiquement ce système sur un papier millimétré en prenant 1 cm pour 200 palettes en abscisse et en ordonnée. Dans toute la suite , on notera (D_1), (D_2), (D_3) les droites limitant les demi-plans (P_1), (P_2), (P_3), respectivement définis par chacune des inégalités de ce système.

   b) Déterminez les coordonnées du point d'intersection I des droites (D_1)et (D_2).

3) On note B le bénéfice obtenu chaque jour par la vente de la totalité de la production de l'atelier.
   a) Exprimez B en fonction de x et y.
   b) Représentez graphiquement la droite (D) correspondant au cas particulier où B= 40000F.

4) a) Déterminez à l'aide du graphique le nombre de palettes de chaque type à produire chaque jour pour obtenir un bénéfice maximal B_m.
   b) Calculez ce bénéfice B_m.
   c) Reste-t-il du bois ? des clous ? en quelle quantité ?

PROBLEME :

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $I = [-5;5]$ par

$f(x) = \dfrac{3x^2 + x - 2}{x^2 + 2x + 3}$. On désigne par © sa courbe représentative et par (D) la droite d'équation $y = 1$.

1) Résolvez sur I l'équation $f(x) = 0$. Interprétez graphiquement ce résultat.

2)

a) Calculez $f'(x)$ et montrez que pour tout x de I $f'(x) = \dfrac{5x^2 + 22x + 7}{(x^2 + 2x + 3)^2}$.

b) Résolvez l'équation $5x^2 + 22x + 7 = 0$ (on donnera les valeurs exactes, ainsi que les valeurs approchées à 0.01 près)

c) Déterminez le signe de $f'(x)$ sur I.

d) Déduisez-en les variations de f sur I.

e) Dressez le tableau des variations de f sur I.

f) Déterminez une équation de la tangente (T) à © au point d'abscisse 0.

g) Déterminez les coordonnées des points d'intersection de © et (D).
(On donnera les valeurs exactes des abscisses de ces points)

3)

a) Recopiez et complétez le tableau ci-dessous (résultats au dixième) :

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	2/3	1	2	3	4	5
f(x)												

b) Construisez ©, (T) et (D).
(Echelles : 2 cm par unité en abscisse ; 4 cm par unité en ordonnées)

BAREME : EXERCICE 1 : 5 points. EXERCICE 2 : 5 points. PROBLEME : 10 points.

UNIVERSITE MICHEL DE MONTAIGNE BORDEAUX 3

Centre de : **BORDEAUX**

D.A.E.U : MATHEMATIQUES

FORMULAIRE

1) IDENTITES REMARQUABLES :

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

2) EQUATION DU SECOND DEGRE :

$$(E): ax^2 + bx + c = 0 \qquad (a \neq 0)$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Si $\Delta > 0$ alors (E) admet deux solutions

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$$

Si $\Delta = 0$ alors (E) admet une solution

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

Si $\Delta < 0$ alors (E) n'admet pas de solution

Factorisation : Si $\Delta \geq 0$ alors on a :

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

3) LOGARITHME :PROPRIETES.

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b$$

$$\ln(a^n) = n \ln a$$

$$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$$

$$\ln 1 = 0 \quad \ln e = 1$$

4) STATISTIQUES :

Moyenne : $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum x_i$

Variance : $V_x = \frac{1}{n}\sum x_i^2 - (\bar{x})^2$

Ecart type: $\sigma_x = \sqrt{V_x}$

Covariance : $\sigma_{x,y} = \frac{1}{n}\sum x_i y_i - \overline{x}\,\overline{y}$

Coefficient de corrélation : $r = \frac{\sigma_{x,y}}{\sigma_x \sigma_y}$

Droite de régression : $y = ax + b$

Avec $a = \frac{\sigma_{x,y}}{V_x}$ et $b = \bar{y} - a\bar{x}$

5) FONCTIONS DERIVEES :

$f(x)$	$f'(x)$
C (constante)	0
x	1
x^2	$2x$
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x}$	$\frac{-1}{x^2}$
$[U(x)]^n$	$n[U(x)]^{n-1}U'(x)$
$U(x) \times V(x)$	$U'(x)V(x) + U(x)V'(x)$
$\frac{U(x)}{V(x)}$	$\frac{U'(x)V(x) - U(x)V'(x)}{[V(x)]^2}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\ln[U(x)]$	$\frac{U'(x)}{U(x)}$
e^x	e^x
$e^{U(x)}$	$U'(x)e^{U(x)}$