

Durée 4 heures

***Les sorties sont autorisées après une heure de composition**
*Les calculatrices sont autorisées

EXERCICE 1 :

- 1)
 - a) Développez l'expression $(X + 2)(X - 6)$.
 - b) Déduisez-en les solutions de l'équation $(e_1) : X^2 - 4X - 12 = 0$.

- 2) Soit l'équation $(e_2) : \frac{e^x + 4}{3e^{-x} + 2} = 4$.
 - a) Montrez que (e_2) s'écrit : $(e^x)^2 - 4e^x - 12 = 0$
 - b) Résolvez l'équation (e_2) . (On pourra poser $X = e^x$)

- 3) Soit l'équation $(e_3) : \ln(x + 4) + \ln(x - 4) = \ln 4 + \ln(x - 1)$.
 - a) Déterminez pour quelles valeurs de x cette équation a un sens.
 - b) A l'aide des propriétés algébriques de ln résolvez l'équation (e_3) .

EXERCICE 2 :

Une entreprise de transport en autocar a observé l'évolution de son tonnage kilométrique y sur 10 années consécutives :

Année x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Tonnage y	84	87	87	90	91	92	90	93	96	97

Tous les résultats seront arrondis à 10^{-3} près.

- 1) Représentez cette série par un nuage de points.
(Origine du repère O(0 ;83). Echelles :2 cm par unité sur chaque axe.)
- 2) Déterminez les coordonnées du point moyen G.
- 3) Déterminez le coefficient de corrélation linéaire de cette série et concluez.
- 4) Déterminez une équation de la droite de régression de y en x.
- 5) Quel tonnage kilométrique peut prévoir l'entreprise pour l'année 21 ?

PROBLEME : Le but de ce problème est de faire l'étude de la fonction f sur l'intervalle I .

$$f : x \mapsto \frac{x^3 + 13x - 6}{x^2} \quad I =]0;100]$$

On désigne par \odot la courbe représentative de f .

PARTIE A : Etude d'une fonction auxiliaire sur l'intervalle I.

Soit la fonction $g : x \mapsto x^3 - 13x + 12$

- 1) Calculez $g(-1)$ et $g(1)$.
- 2) Expliquez pourquoi $g(x)$ peut être factorisé par $x-1$.
- 3) Effectuez la division euclidienne de $g(x)$ par $x-1$.
- 4) Factorisez $g(x)$ sous la forme d'un produit de 3 facteurs.
- 5) Résolvez sur I , l'inéquation : $g(x) \leq 0$

PARTIE B : Etude de la fonction f sur l'intervalle I.

- 1) Déterminez $f'(x)$ et montrez que : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$
- 2) A l'aide du 5) de la partie A et de l'étude du signe de x^3 étudiez le signe de $f'(x)$ sur I .
- 3) En déduire le sens des variations de f sur I , et dressez le tableau des variations.
- 4) On considère la droite (D) d'équation $y = x$.
 - a) Etudiez le signe de $f(x) - x$ sur I .
 - b) Interprétez graphiquement ce résultat.
- 5) a) Complétez le tableau (Résultats au dixième):

x	0.4	0.5	1	2	3	4	6	8	30	50	100
$f(x)$											
$f(x) - x$											

- b) Interprétez graphiquement la dernière ligne du tableau.
- 6) Tracez dans un même repère \odot et (D). Echelles : 2 cm pour 1 unité sur chaque axe (On ne tiendra pas compte des 3 dernières mesures du tableau)

BAREME : Exercice 1 : 5 points

Exercice 2 : 5 points

Problème : 10 points

FORMULAIRE

1) IDENTITES REMARQUABLES :

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

2) EQUATION DU SECOND DEGRE :

$$(E) : ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Si $\Delta > 0$ alors (E) admet deux solutions

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Si $\Delta = 0$ alors (E) admet une solution

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

Si $\Delta < 0$ alors (E) n'admet pas de solution

Factorisation : Si $\Delta \geq 0$ alors on a :

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

3) LOGARITHME : PROPRIETES.

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b$$

$$\ln(a^n) = n \ln a$$

$$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$$

$$\ln 1 = 0 \quad \ln e = 1$$

4) STATISTIQUES :

Moyenne : $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i$

Variance : $V_x = \frac{1}{n} \sum x_i^2 - (\bar{x})^2$

Ecart type : $\sigma_x = \sqrt{V_x}$

Covariance : $\sigma_{x,y} = \frac{1}{n} \sum x_i y_i - \bar{x} \bar{y}$

Coefficient de corrélation : $r = \frac{\sigma_{x,y}}{\sigma_x \sigma_y}$

Droite de régression : $y = ax + b$

Avec $a = \frac{\sigma_{x,y}}{V_x}$ et $b = \bar{y} - a\bar{x}$

5) FONCTIONS DERIVEES :

$f(x)$	$f'(x)$
C (constante)	0
x	1
x^2	$2x$
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$[U(x)]^n$	$n[U(x)]^{n-1} U'(x)$
$\frac{1}{U(x)}$	$-\frac{U'(x)}{[U(x)]^2}$
$U(x) \times V(x)$	$U'(x)V(x) + U(x)V'(x)$
$\frac{U(x)}{V(x)}$	$\frac{U'(x)V(x) - U(x)V'(x)}{[V(x)]^2}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\ln[U(x)]$	$\frac{U'(x)}{U(x)}$
e^x	e^x
$e^{U(x)}$	$U'(x)e^{U(x)}$