UNIVERSITE MICHEL DE MONTAIGNE BORDEAUX 3

Centre de : **BORDEAUX**

D.A.E.U : MATHEMATIQUES

FORMULAIRE

1) IDENTITES REMARQUABLES :

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

2) EQUATION DU SECOND DEGRE :

$$(E) : ax^2 + bx + c = 0 \qquad (a \neq 0)$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Si $\Delta > 0$ alors (E) admet deux solutions

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$$

si $\Delta = 0$ alors (E) admet une solution

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

Si $\Delta < 0$ alors (E) n'admet pas de solution

Factorisation : Si $\Delta \geq 0$ alors on a :

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

3) LOGARITHME :PROPRIETES.

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b$$

$$\ln(a)^n = n \ln a$$

$$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$$

$$\ln 1 = 0 \qquad \ln e = 1$$

4) STATISTIQUES :

Moyenne : $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum x_i$

Variance : $V_x = \frac{1}{n}\sum x_i{}^2 - (\bar{x})^2$

Ecart type: $\sigma_x = \sqrt{V_x}$

Covariance : $\sigma_{x,y} = \frac{1}{n}\sum x_i y_i - \overline{xy}$

Coefficient de corrélation : $r = \frac{\sigma_{x,y}}{\sigma_x \sigma_y}$

Droite de régression : $y = ax + b$

Avec $a = \frac{\sigma_{x,y}}{V_x}$ et $b = \bar{y} - a\bar{x}$

5) FONCTIONS DERIVEES :

$f(x)$	$f'(x)$
C (constante)	0
x	1
x^2	$2x$
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x}$	$\frac{-1}{x^2}$
$[U(x)]^n$	$n[U(x)]^{n-1}U'(x)$
$U(x) \times V(x)$	$U'(x)V(x) + U(x)V'(x)$
$\frac{U(x)}{V(x)}$	$\frac{U'(x)V(x) - U(x)V'(x)}{[V(x)]^2}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\ln[U(x)]$	$\frac{U'(x)}{U(x)}$
e^x	e^x
$e^{U(x)}$	$U'(x)e^{U(x)}$

UNIVERSITE MICHEL DE MONTAIGNE BORDEAUX 3

Centre de : **BORDEAUX** Session : **JUIN 2003**

D.A.E.U : MATHEMATIQUES – Durée 4 heures

***Les sorties sont autorisées après une heure de composition**
*Les calculatrices sont autorisées

EXERCICE 1 :

Soit la fonction f définie sur l'intervalle $I = \left]2;\frac{10}{3}\right[$ par f(x) = 2ln(x-2)-ln(10-3x).

1) Montrez que x doit appartenir à l'intervalle I pour que cette fonction est un sens.

2) Calculez la dérivée f '(x) et étudiez son signe sur l'intervalle I
et dressez le tableau des variations de la fonction f sur I.

3) a) Résolvez dans l'ensemble des réels l'équation x^2-x-6 = 0.

   b) En utilisant les propriétés algébriques de la fonction ln et la question a)
   résolvez dans I, l'équation 2ln(x-2)-ln(10-3x) = 0.

   c) Utilisez ce dernier résultat pour déterminer les coordonnées du point
   d'intersection de la courbe © représentative de f avec l'axe des abscisses.

EXERCICE 2 :

On a relevé de 1993 à 2002 le nombre de téléphones portables recensés en France. On obtient
Le tableau suivant dans lequel x représente le numéro d'ordre de l'année et y le nombre de portables (en millions) recensés.

Année	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	1.4	1.9	2.6	3.4	4.4	5.4	6.5	7.4	8.3	9.3

Tous les résultats seront arrondis à 10^{-3} près.

1) Représentez cette série par un nuage de points.

Echelles : 1.5 cm pour une année en abscisses et 1 cm pour un million en ordonnées.

2) Déterminez le coefficient de corrélation linéaire de cette série et concluez.

3) Déterminez une équation de la droite de régression de y en x puis construisez cette droite.
Indiquez le point moyen du nuage.

4) En supposant que l'évolution reste semblable au cours des années suivantes combien de portables peut-on escompter pour 2013 ?

PROBLEME :

Le but de ce problème est de faire l'étude de la fonction $f : x \mapsto \dfrac{x^3+3x-8}{x^2+3}$ sur l'intervalle $I = [-5;5]$.

On désigne par © la courbe représentative de f.

PARTIE A :

1) Soit $P_1(x) = x^4+6x^2+16x+9$.

   a) Calculez $P_1(1)$ et $P_1(-1)$.

   b) Déduisez-en une factorisation de $P_1(x)$.

2) Soit $P_2(x) = x^3-x^2+7x+9$.

   a) Calculez $P_2(1)$ et $P_2(-1)$.

   b) Déduisez-en une factorisation de $P_2(x)$ puis une nouvelle factorisation de $P_1(x)$.

   c) Résolvez l'inéquation $P_1(x) \geq 0$ sur l'intervalle I.

PARTIE B :

1)

   a) Calculez la dérivée de f et montrez que $f'(x) = \dfrac{x^4+6x^2+16x+9}{(x^2+3)^2}$.

   b) A l'aide de la partie A étudiez le signe de f '(x). Déduisez-en les variations de f sur I et dressez le tableau des variations de f.

2) On désigne par (D) la droite d'équation y = x.

   a) Montrez en effectuant la division euclidienne de x^3+3x-8 par x^2+3 que $f(x) = x - \dfrac{8}{x^2+3}$)

   b) Etudiez le signe de f(x)-(x). Donnez une interprétation graphique.

   c) Recopiez et complétez le tableau (résultats arrondis au dixième)

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
f(x)											
f(x)-x											

3) Déterminez une équation de la tangente (T) à © au point d'abscisse a=-1.

4) Construisez sur un même graphique ©,(T) et (D).
   (Unités graphiques :2 cm sur chaque axe)

BAREME : Exercice 1 : 5 points

Exercice 2 : 5 points

Problème : 10 points